



**HABILITACIÓN: MATEMÁTICAS. GRADO DÉCIMO**

**DOCENTE: JESUS ANIBAL OSORIO CASTAÑO.**

[www.anibalosorioprofe.com](http://www.anibalosorioprofe.com)

**El estudiante debe presentarse a las 9:00 am del día 09 de enero de 2019.**

**Temas que evaluar y los respectivos objetivos a lograr en cada uno.**

1. Razones y proporciones.  
Objetivos: desarrollar los conceptos de razón y proporción, los conceptos de interés simple e interés compuesto, y el concepto de regla de tres.
2. Sistemas numéricos.  
Objetivos: establecer relaciones y diferencias entre los números naturales, enteros, racionales, irracionales, reales y complejos.
3. Progresiones aritméticas y geométricas.  
Objetivos: caracterizar sucesiones de números reales o complejos, y deducir fórmulas compactas para la suma de estas sucesiones.
4. Sumatoria y productoria.  
Objetivos: representar mediante los símbolos abreviadores de suma y producto, ciertas expresiones que proveen una ley de formación determinada.
5. Leyes de los exponentes y los radicales. Racionalización.  
Objetivos: definir el concepto de base y exponente en los números reales, establecer las propiedades de los exponentes, definir el concepto de raíz enésima y el concepto de racionalización.
6. Polinomios.  
Objetivos: definir el concepto de polinomio, las operaciones básicas con polinomios y los productos notables principales.
7. El polinomio cuadrático.  
Objetivos: definir la función polinómica de grado  $n$ , el polinomio cuadrático y conocer el dominio y el rango del polinomio cuadrático.
8. Raíces de una ecuación cuadrática.  
Objetivos: conocer una expresión para las raíces de una ecuación cuadrática, los tipos de soluciones de una ecuación cuadrática y una expresión para la suma y el producto de una ecuación cuadrática.
9. Polinomios de grado superior. Teoremas del residuo y del factor.  
Objetivos: hallar métodos para obtener ceros reales de un polinomio, aproximar ceros reales de un polinomio y conocer las características de los ceros complejos de un polinomio.
10. División sintética.  
Objetivos: desarrollar un método corto para dividir un polinomio entre otro de la forma  $x-a$ , desarrollar teoremas que ayudarán a aproximar ceros reales, y hallar métodos alternativos para aproximar ceros irracionales.
11. Operaciones con fracciones.  
Objetivos: definir una función racional, definir las operaciones de suma, resta y producto de fracciones racionales.



**12. Simplificación de fracciones.**

Objetivos: definir en que consiste simplificar una función racional.

**13. Función exponencial.**

Objetivos: definir en qué consiste el crecimiento exponencial y la función exponencial, conocer diversas aplicaciones en las que interviene la función exponencial.

**14. Función logarítmica.**

Objetivos: definir en qué consiste el logaritmo de un número y la función logarítmica, conocer diversas aplicaciones en las que intervienen logaritmos y la función logarítmica.

**15. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas.**

Objetivos: definir en qué consiste una ecuación exponencial y una logarítmica, y conocer diversas aplicaciones en que intervienen ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

**16. Medición de ángulos.**

Objetivos: definir las funciones trigonométricas, definir que es un ángulo y las diferentes formas de medida de ángulos.

**17. Ángulos notables.**

Objetivos: definir los ángulos especiales y las funciones trigonométricas de los ángulos especiales.

**18. Resolución de triángulos.**

Objetivos: hallar todos los lados y ángulos desconocidos de un triángulo, deducir la ley de los senos en un triángulo y la ley del coseno en un triángulo.

**19. Funciones circulares.**

Objetivos: estudiar funciones trigonométricas de números reales.

**20. Identidades trigonométricas fundamentales.**

Objetivos: estudiar las identidades básicas de la trigonometría.

**21. Gráficas de las funciones trigonométricas.**

Objetivos: estudiar las gráficas de funciones trigonométricas de números reales.

**22. Fórmulas de adición y de ángulo doble.**

Objetivos: estudiar funciones trigonométricas de suma y diferencia de ángulos, de ángulos dobles y de ángulo mitad.

**23. Verificación de identidades trigonométricas.**

Objetivo: estudiar identidades trigonometrías fundamentales.

**24. Funciones trigonométricas inversas.**

Objetivos: estudiar las funciones trigonométricas inversas y definir las condiciones para que las funciones trigonométricas tengan inversa. Estudiar identidades que involucran funciones trigonométricas inversas y funciones de suma y diferencia de ángulos.

**25. Ecuaciones trigonométricas.**

Objetivos: estudiar métodos de solución de ecuaciones trigonométricas.

**26. Números complejos.**

Objetivos: definir el sistema de los números complejos, las operaciones fundamentales en los números complejos, las propiedades y la forma estándar.



**Las actividades que el estudiante debe realizar para satisfacer las dificultades presentadas durante el año lectivo tendrán su valoración de la siguiente manera:**

- **Seguimiento (20%):** harán referencia a las actividades elaboradas en clase -al momento de la habilitación- participación, responsabilidad; se tendrá en cuenta el trabajo realizado (**taller**), su calidad, la puntualidad, el respeto a las actividades realizadas, la originalidad. Asistir a clase con el material correspondiente. También influirá en este aspecto la actitud, buen porte del uniforme, presentación personal y el comportamiento en la clase (cumplimiento del manual de convivencia).

Trabajo escrito, actitud y dominio del tema mostrado durante el proceso de habilitación.

- **Sustentación (80%):** comprenderá la sustentación del trabajo, que se realizará a través de las siguientes actividades:
  1. Sustentación oral 20%
  2. Examen escrito 60%

#### **Actividades para presentar.**

1. **Taller**, se encuentra al final de este documento.
2. **Sustentación oral.**
3. **Examen escrito.**

Para la realización de todas las actividades se debe tener en cuenta, el cumplimiento de los objetivos propuestos por tema, además de:

**La interpretación de los enunciados es parte integral de la evaluación. Donde sea necesario se deben realizar todos los procedimientos matemáticos y deben quedar registrados, ordenados y legibles para el profesor. Las respuestas deben estar simplificadas, justificadas y expresadas en función de cantidades dadas y/o conocidas.**

*“No podemos ocuparnos de lo que funciona realmente mal en el mundo mientras no reconozcamos en el fondo de nosotros el rostro escondido de nuestra naturaleza oscura”.*  
**STANLEY KUBRICK**

---

Aníbal Osorio Castaño.  
Matemáticas.



### Taller.

1.  $\frac{3}{5} - \frac{7}{5} + \frac{2}{5} - \frac{13}{5} =$

2.  $\frac{1}{3} + \frac{2}{4} - \frac{1}{3} + \frac{2}{5} =$

3.  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{5} =$

4.  $\frac{(2\frac{1}{3} - 3\frac{4}{5}) \cdot (\frac{5}{3} - 1)}{3\frac{2}{3}} =$

5.  $\frac{(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}) \div (\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3})}{\frac{1}{5} \cdot (\frac{2}{3} - 4)} =$

6. En el carro de Luis hay 8 paquetes que pesan  $\frac{5}{6}$  de libra cada uno. ¿Cuántas libras pesaran los 8 paquetes?

7. Un ingeniero dirige la construcción de una carretera que mide 42 kilómetros y medio de distancia. Si ya se han construido 26 kilómetros más  $\frac{3}{4}$  kilómetros. ¿Cuántos kilómetros faltan?

8. Juan tarda 130 minutos en leer 25 páginas de un libro. En 1430 minutos, ¿cuántas páginas leerá?

9. Un auto tarda 30 minutos en recorrer 64 kilómetros. Si viaja a la misma velocidad, ¿cuánto tiempo tardará en recorrer 128 kilómetros?

10. Una máquina fabrica 600 resortes en 3 horas. ¿Cuánto tarda en fabricar 1400 resortes?

11. Un tanque se llena en 8 horas con 3 grifos abiertos. Si se abre un grifo más, ¿en cuántas horas se llena el tanque?

12. Un tanque se llena en 8 horas con 3 grifos abiertos. Si se cierra un grifo, ¿en cuántas horas se llena el tanque?

13. ¿De qué número, 14 es el 40%?

14. ¿De qué número, 64 es el 32%?

15. Un grupo de 20 obreros realiza una obra consistente en un muro de 80 m de largo, 1 m de ancho y 5 m de altura. Luego, 16 de ellos, trabajando con la misma eficiencia de antes, construyen un muro análogo al anterior, pero de 50 m de largo y 4 m de altura. ¿Qué ancho tenía ese segundo muro?



INSTITUCIÓN EDUCATIVA AURA MARÍA VALENCIA  
NÚCLEO EDUCATIVO 712

RECONOCIMIENTO DE CARÁCTER OFICIAL RESOLUCIÓN N° 124198 DEL 08 DE SEPTIEMBRE DE 2014

NIT. 811027473-1

DANE 105353000051

16. Al precio de venta de un artículo se le rebaja el 10%. Determine en qué porcentaje sería necesario aumentar el precio rebajado para que el nuevo precio coincida con el original.

17. En el grado once de una Institución Educativa, se sabe que el 15% del total prefiere inglés, el 45% prefiere educación física, el 10% prefiere matemáticas y los 27 restantes prefieren castellano. Determine el número de alumnos que forman el grado once de la Institución.

18. Simplifique:  $\left(\frac{a^{-1}b^2c^{-2}}{a^0b^2c^{-3}}\right)^{-4}$

19. Simplifique:  $\frac{3^{-1}+2^{-1}}{2^{-1}-3^{-1}}$

20. Demuestre:  $\frac{2^{n+3}-2^{n+7}}{2^{n+1}-2^{n+1}} = 7$

21. Simplifique:  $\left(\frac{9^n+27^n}{3^n+9^n}\right)^{\frac{1}{n}}$

22. Simplifique:  $\frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}}$

23. Simplificar:  $\sqrt[3]{ab^{-1}c^{-2}} * (a^{-1}b^{-2}c^{-4})^{-\frac{1}{6}}$

24. Simplificar:  $\left[\frac{9^n+27^n}{3^n+9^n}\right]^{\frac{1}{n}}$

25. Simplificar:  $\left[\left(\frac{x^{(a^2-b^2)}}{\sqrt{x^{(a^3-ab^2)}}}\right)^{\frac{1}{a}} a^{3(a+b)}\right]^n$

26. Exprese el número en la forma  $a/b$ , donde  $a$  y  $b$  son enteros  $(0.009)^{-1/2}$

27. Simplificar:  $\sqrt[5]{\left(\frac{a^{-3}b^2}{b^{-2}a^3}\right)^{-1}} \cdot \left(\frac{b^{-2}a^2}{a^{-2}b^2}\right)^{-\frac{1}{4}}$

28. Racionalice el numerador:  $\frac{\sqrt{x+h+1} - \sqrt{x+1}}{h}$ ,  $h \neq 0$

29. Expandir  $(\sqrt{2}x^3 - \sqrt{8}y^4)^2$  y  $(4z + 3)^3$

30. Racionalice:  $\frac{2\sqrt{a+b}+3\sqrt{a-b}}{2\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}$



31. Realizar las siguientes operaciones:  $(x - 3)(x + 1)$  y  $(x - 1)(x + 1)$

32. Realizar la siguiente operación:  $(2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$

33. Factorice:  $x^7 - 729xz^6$        $\frac{a^4}{4} - \frac{b^2}{16}$

34. Factorice:  $12x^3 - 4x^2 - 27x + 9$

35. Factorice:  $x^2 - 3x - 18$        $2x^2 + 5x - 3$

36. Factorice:  $\frac{x^2}{4} - \frac{ax}{2} + \frac{a^2}{4}$

37. Factorice:  $x^2 + 7x + y^2 - 7y - 2xy - 8$

38. Resolver y expresar la solución en términos de intervalos

$$6x + 4 < x - 6$$

39. Resolver y expresar la solución en términos de intervalos

$$\frac{x - 1}{3} \geq 2$$

40. Resolver y expresar la solución en términos de intervalos

$$x^3 - 3x^2 \geq 28x$$

41. Resolver y expresar la solución en términos de intervalos

$$x^2 - 3x - 10 < 0$$

42. Resolver y expresar la solución en términos de intervalos

$$\frac{(4x - x^2)}{x - 1} \geq 0$$

43. Halle el dominio de la función  $f(x) = \sqrt{2 - x}$

44. Halle el dominio de la función  $g(x) = \frac{3x - 6}{x^2 - 4}$

45. Si  $f(x) = 2x^2 - 7x$ , encontrar  $f(3)$  y  $f(a + h)$

46. Encontrar el dominio de la función  $g(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x+4}$

47. Encontrar el dominio de la función  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x+2)(x-1)}}$

48. Realizar la gráfica de la función  $f(x) = (x + 1)^3$

49. Realizar la gráfica de la función  $g(x) = (x - 2)^2 + 1$

50. Realizar la gráfica de la función  $h(x) = \sqrt{x + 1} - 3$



51. Realizar la gráfica de la función  $t(x) = |x - 1|$

52. Verificar si las siguientes funciones son pares, impares o ninguna de las dos:

a.  $f(x) = 3\sqrt{x^3 - x}$

b.  $g(x) = x^3 - \frac{1}{x}$

53. Encontrar  $(f \circ g)(x)$  y  $(g \circ f)(x)$  especificando en cada caso su dominio si  $f(x) = \sqrt{x}$  y  $g(x) = 2x^2 - 3$

54. Encuentre  $(f + g)(x)$  y  $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$  especificando en cada caso su dominio si

$$f(x) = \frac{x}{x-1} \text{ y } g(x) = \frac{x+2}{x}$$

55. Encuentre  $(f * g)(x)$  y  $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$  especificando en cada caso su dominio si

$$f(x) = \sqrt{1-x} \text{ y } g(x) = \sqrt{x+1}$$

56. Si  $f(x) = \sqrt{x^3 + 9}$ , exprese  $f$  como composición de dos funciones.

57. Si  $f(x) = x - 5$ ,  $g(x) = \sqrt{2x}$  y  $h(x) = x^2 + 1$ . Halle  $(g \circ h \circ f)(2)$

58. Verifique si  $f$  y  $g$  son inversas una de la otra (es decir,  $f(g(x)) = x$  y

$$g(f(x)) = x), \text{ para } f(x) = \frac{3x+5}{1-2x} \text{ y } g(x) = \frac{x-5}{3+2x}$$

59. Determine si la siguiente función es inyectiva  $f(x) = 2x - 1$

60. Determine si la función definida por  $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$  tiene inversa. En caso afirmativo, muestre cuál es.

61. Determine si la función definida por  $f(x) = 2x - 6$  tiene inversa. En caso afirmativo, muestre cuál es.

62. Grafique la función  $f(x) = x^3$  y su inversa  $f^{-1} = \sqrt[3]{x}$ .

63. La población de la tierra en 1987 era de 5000 millones y la tasa de crecimiento relativo era del 2% anual. Suponiendo que la población mundial sigue un modelo de crecimiento exponencial, determine la población proyectada para el 2017.

64. Se invierte una suma de 1.000 dólares a una tasa de interés del 8% anual. Determine los montos de la cuenta después de 5 años si el interés se calcula anualmente, semestralmente, trimestralmente, mensualmente.

65. Si se invierten \$100.000 a una tasa de interés anual del 10% compuesto trimestralmente, determine el valor de la inversión después de 10 años.

66. Si se invierten \$10.000 a una tasa de interés anual del 5% compuesto continuamente, determine el valor de la inversión después de 15 años.

67. Si la tasa de decrecimiento de un elemento radiactivo está dada por  $m(t) = 300e^{-0,5t}$  determine que cantidad habrá dentro de 16 horas.

68. Exprese como un logaritmo:  $\frac{1}{3} \log_a(x^2) - \log_a(y - 1) - 4 \log_a(z + 2)$



69. Despeje  $t$  usando logaritmos con base  $a$  de la expresión:  $L = Ma^{\frac{t}{n}} - P$

70. La relación de Ehrenberg:  $\ln W = \ln 2.4 + (1.84)h$  es una fórmula empírica que relaciona la estatura  $h$  (en metros) con el peso promedio  $W$  (en kilogramos) para niños de 5 a 13 años de edad.

- Expresar  $W$  como función de  $h$  que no contenga logaritmo natural.
- Estime el peso promedio de un niño de 12 años de edad que mide 1.3 metros de estatura.

71. Consultar que es la vida media de un elemento.

72. Simplifique la siguiente expresión:

$$\log_{10}(75/16) - 2\log_{10}(5/9) + \log_{10}(32/243)$$

73. Resolver y comprobar

- $5x + 6 = 7x + 3$
- $x - 27 = 4(x - 7)$
- $\sqrt{2}x + 5 = \frac{2x}{3} + 6$

74. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones para  $x$ ,  $y$

$$\begin{aligned}x + 3y &= 7 \\x + 8y &= 27\end{aligned}$$

75. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones para  $x$ ,  $y$

$$\begin{aligned}3x + 2y &= 10 \\x + y &= \frac{23}{6}\end{aligned}$$

76. Resuelva para  $x$  la siguiente ecuación:  $\frac{5^x - 105^{-x}}{3} = -1$

77. Resuelva para  $x$  la siguiente ecuación:  $\log \sqrt[2]{x} = \sqrt{\log x}$

78. Resuelva para  $x$  e  $y$  el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}xy &= 10^{10} \\y^{\log x} &= 10^{25}\end{aligned}$$

79. Resuelva para  $x$  la siguiente ecuación:  $e^{2x} + 2e^x - 15 = 0$

80. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}2x + 3y &= 13 \\ \log(2x - y) + \log(2x + 2y) &= 1\end{aligned}$$

81. Efectué la operación indicada expresando el resultado en la forma  $a + bi$ :

- $(-17 + 3i) - (1 - 7i)$
- $(1 - 4i)^2$
- $(2 - 5i) \cdot (-1 + 3i)$

82. Expresar el número complejo  $i^{467}$  en la forma  $a + bi$

83. Expresar en la forma  $a + bi$  el número complejo  $\frac{3-i}{2+8i}$

84. Encuentre los valores de  $x$  e  $y$  para los cuales es válida la siguiente ecuación

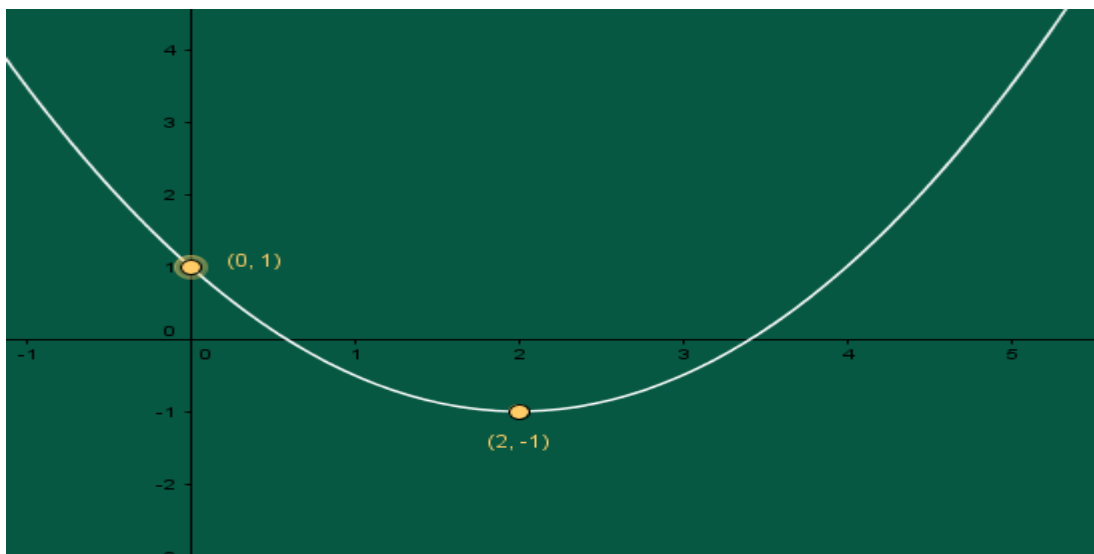
$$2x - y + xi - 3yi = 5 + 5i$$

85. Determine los ceros del polinomio  $p(x) = x^2 + x - 12$ .





86. Probar que  $x = -1$  es un cero de  $P(x) = 2x^2 - x - 3$ .



87. Encuentre el rango de la siguiente función cuadrática y el punto de máximo o de mínimo según corresponda.  $f(x) = x^2 - 6x + 14$

88. Graficar la siguiente función cuadrática y determinar su dominio y rango  $f(x) = -4x^2 - 4x - 10$

89. Encuentre la ecuación estándar de la parábola que se muestra en la figura.

90. Hallar el valor de  $k$  para que la suma de las raíces del polinomio  $2x^2 + (k - 8)x + k = 0$ , sea igual al producto de las mismas.

91. Dada la ecuación  $x^2 - (2k - 1)x + 3k - 9 = 0$ , que valores debe tomar  $k$  para que una de las raíces sea cero.

92. Un piloto realiza un vuelo de 800 km. Si aumenta su velocidad en 25 km por hora puede recorrer esa distancia en 96 minutos menos. ¿Cuál es su velocidad?

93. Dos grifos llenan un tanque en 6 horas. ¿Cuánto tiempo necesitará cada grifo para llenar el tanque por separado sabiendo que uno de ellos tarda 5 horas más que el otro?

94. Una hoja rectangular, de 12 pulgadas de ancho, se desea convertir en una canaleta al doblar hacia arriba los lados, de modo que sean perpendiculares a la hoja. ¿Cuántas pulgadas se deben doblar hacia arriba para que la canaleta tenga su mayor capacidad?

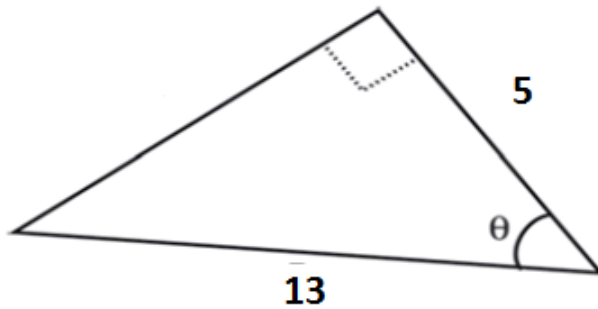
95. Verifique si  $x - 2$  es un factor de  $P(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 24$

96. Use división sintética para dividir  $4x^4 - 2x^2 + 5x - 3$  entre  $x + 2$



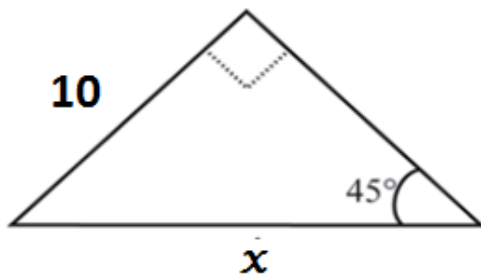
97. Encuentre todas las raíces de la ecuación  $P(x) = 0$  donde  
$$P(x) = 9x^3 - x^2 - 9x + 1 \text{ y } P\left(\frac{1}{9}\right) = 0.$$
98. Encuentre todos los valores de  $k$  tales que  $P(x) = k^2x^4 - kx^3 - 6$  sea divisible entre el polinomio  $x - 1$ .
99. Halle el cociente y el residuo que se obtiene al dividir  
$$3x^3 - 2x^2 + 2x - 1 \text{ entre } x^2 - 1$$
100. Analizar, para los siguientes polinomios, el número posible de ceros reales positivos y negativos usando la regla de los signos de Descartes:  
a)  $P(x) = 2x^5 + 2x^4 - 3x^3 + x + 5$   
b)  $P(x) = -x^3 + 3x^2 - 5$
101. Sin graficar, pruebe que la gráfica del polinomio  
$$P(x) = 2x^5 + 5x^3 + 3x$$
 cruza el eje  $x$  una sola vez.
102. Encontrar el polinomio de menor grado con coeficientes reales que tenga como ceros a  $(2 - 3i)$  y  $-1$ .
103. Encontrar la menor cota positiva y la mayor cota negativa para los ceros reales del polinomio  $P(x) = x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x - 3$ .
104. Hallar todos los ceros reales del polinomio  $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 8x + 6$
105. Simplificar: 
$$\frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 4}$$
106. Simplificar: 
$$\frac{14x^2 - 7x}{12x^3 + 24x^2} \div \frac{2x - 1}{x^2 + 2x}$$
107. Simplificar: 
$$\frac{6ab + 2b - 3a - 1}{m + n - 2bm - 2bn}$$
108. Simplificar: 
$$\left(\frac{2x^2 + 3x}{y^2 - 2y} * \frac{xy^2 - 2xy}{4x^2 - 9}\right) \div \frac{x}{2xy - 3y}$$
109. Simplificar: 
$$\frac{3a(a - 2b)}{2b^3} * \frac{b(a + 2b)}{6b^2} * \frac{12ab}{a^2 - 4b^2}$$

110. Determine los valores de las seis funciones trigonométricas del ángulo  $\theta$  en el siguiente triángulo rectángulo.



111. Encuentre la medida en grados y en radianes de un ángulo que corresponde a  $\frac{5}{8}$  de rotación completa del lado terminal de un ángulo.

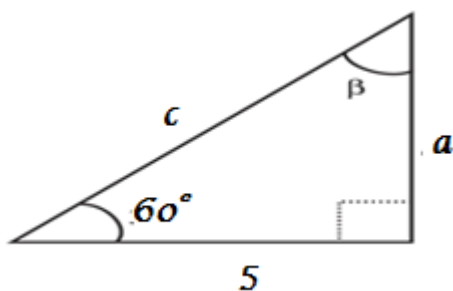
112. Determine el lado  $x$  en el siguiente triángulo rectángulo:



113. Una escalera de 4 m está apoyada contra un edificio. Si la base de la escalera está a 2 m de la base del edificio, ¿Cuál es el ángulo formado por la escalera y el edificio y qué altura alcanza la escalera sobre el edificio?

114. Encuentre la altura de un árbol si en un punto ubicado a 30 m de la base del árbol el ángulo formado por el horizonte y la recta que une dicho punto con el extremo superior del árbol es de  $60^\circ$ .

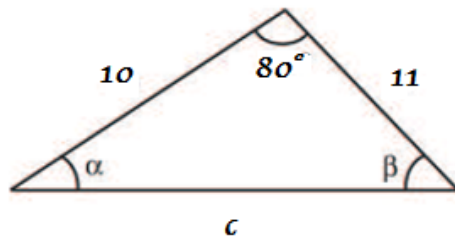
115. Resuelva el triángulo rectángulo



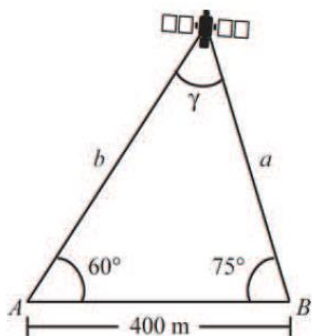
116. Tres amigos se sitúan en un campo de fútbol. Entre Alberto y Benito hay 30 metros, y entre Benito y Camilo, 15 metros. El ángulo formado en la esquina de Camilo es de  $30^\circ$ . Calcula la distancia entre Alberto y Camilo.

117. La distancia entre Medellín y Manizales es de 160 km. Un piloto que está a 70 km de Medellín encuentra que se ha desviado  $60^\circ$  del curso con respecto a un punto de partida en Medellín. ¿A qué distancia está Manizales en este momento?

118. Dado el triángulo de la figura, encuentre el valor del lado  $c$ .



119. Un satélite en órbita terrestre pasa directamente por encima de dos estaciones de observación situados en dos puntos  $A$  y  $B$  a 400 km de distancia. En un instante cuando el satélite está entre estas dos estaciones, se observa que el ángulo de elevación es de  $60^\circ$  en  $A$  y de  $75^\circ$  en  $B$ . ¿A qué distancia se encuentra el satélite del punto  $B$ ?



120. Si el lado terminal de un ángulo  $\alpha$  pasa por  $(4, -3)$ , halle los valores de las funciones trigonométricas.
121. Si  $\tan x = 3$  y  $\csc x < 0$ , halle las restantes funciones trigonométricas.
122. Verifique la Identidad  
$$\sec^2 \theta + \csc^2 \theta = \sec^2 \theta \cdot \csc^2 \theta$$
123. Halle los valores de  $\tan \alpha$ ,  $\cot \alpha$ ,  $\sec \alpha + \sen \alpha$ , si  $\sen \alpha = -\frac{4}{5}$  y  $\alpha$  está en el tercer cuadrante.
124. Verifique la Identidad  
$$(1 - \tan^2 \theta)^2 = \sec^4 \theta - 4 \tan^2 \theta$$
125. Calcule el  $\sen(-750^\circ)$
126. Si  $\sec \alpha = -2$  y  $\csc \beta = -3$ , calcule  $\sen(\alpha - \beta)$ , si  $\alpha$  y  $\beta$  son ángulos del tercer cuadrante.
127. Expresa  $\sen(3x)$  en términos de  $\sen x$ .
128. Demuestre que

$$\cot(2\alpha) = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}$$



129. Calcule los valores de  $\operatorname{sen} 2x$  y  $\operatorname{cos} 2x$  si  $\tan(x) = -\frac{1}{3}$  y  $x$  es un ángulo del cuarto cuadrante.

130. Calcule  $\operatorname{cos} \left[ \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{3}{7} \right) \right]$

131. Encuentre el valor de la siguiente expresión sin usar calculadora:  
 $\operatorname{cos}^{-1} \left( \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \right)$

132. Evalúe  $\operatorname{sen} \left( 2 \operatorname{cos}^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) \right)$

133. Encuentre el valor exacto de  
 $\operatorname{sen} \left[ \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) + \operatorname{cos}^{-1} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right]$

134. Encuentre el valor exacto de  
 $\tan \left[ \operatorname{sen}^{-1} \left( -\frac{1}{2} \right) + \operatorname{cos}^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) \right]$

135. Encuentre una solución en el intervalo  $\left[ 0, \frac{\pi}{2} \right]$  de la ecuación  
$$\frac{1}{3 + \operatorname{cos} x} = \frac{1}{4 - \operatorname{cos} x}$$

136. Encuentre una solución en el intervalo  $\left[ 0, \frac{\pi}{2} \right]$  de la ecuación  
$$4 \operatorname{sen}^2 x - 4 \operatorname{sen} x + 1 = 0$$

137. Encuentre una solución en el intervalo  $\left[ 0, \frac{\pi}{2} \right]$  de la ecuación  
$$\operatorname{cos} x + \operatorname{sec} x = \frac{5}{2}$$

138. Encuentre una solución en el intervalo  $\left[ 0, \frac{\pi}{2} \right]$  de la ecuación  
$$\operatorname{sen} x + 2 \operatorname{cos} x = 1$$

139. Resuelva en el intervalo  $[0, 2\pi]$  la ecuación  
$$2 \operatorname{cos}^3 x + \operatorname{cos}^2 x - 2 \operatorname{cos} x - 1 = 0$$